

М.И.Пашечко¹, д-р техн.наук, Г.А.Баглюк², д-р техн.наук,
Н.А.Уськова³, канд.техн.наук

1-Национальный университет „Львівська політехніка” г.Львов, Украина; 2-НТУ
Украины «Киевский политехнический институт» г.Киев, Украина; 3-Институт
проблем материаловедения им. И.Н.Францевича НАН Украины, г.Киев, Украина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА И ТЕПЛООБМЕНА В ПАРЕ ТРЕНИЯ

Розглянута одномірна задача визначення температурного поля в парі торцевого тертя циліндричного стрижня по плоскій поверхні з урахуванням величин навантаження та швидкості тертя. Результати моделювання температурних режимів по отриманим залежностям дозволяють використовувати їх при інтерпретації реальних процесів, що відбуваються при терті без змащення.

The one-dimensional task of definition of temperature field in tribological situation of a cylindrical core on a flat surface in view of sizes of loading and speed of friction are considered. The results of temperature modes modeling based on the received dependences permits to use them at interpretation of real processes, which occur at friction without lubrication.

Природа внешнего трения учитывает геометрические, физические и механические свойства поверхностей контактирующих твердых тел узла трения. В зоне контакта трущиеся тела испытывают значительные локальные деформации, протекающие в тонком поверхностном слое, и сопровождающиеся интенсивным выделением тепла, в результате чего реализуется так называемый механотермический эффект. Выделившееся в результате трения тепло как распространяется вглубь тела, так и рассеивается в окружающую среду. Поверхностная температура и характер температурного поля оказывают большое влияние на условия трения скольжения, обуславливая как характер взаимодействия трущихся поверхностей, так и их разрушения [1-3]. Это и обуславливает сложность расчета температурных полей в зоне контакта трущихся тел.

В связи с изложенным среди многих существующих теоретических подходов для описания температурных моделей в узлах трения, наибольшее распространение получили модели, позволяющие интегрально учитывать влияние механических факторов, теплофизических характеристик материалов пар трения, наличие поверхностных упрочненных слоев, различных сред в зоне контакта, а также относительного коэффициента теплообмена [4-7].

Более адекватной реальному процессу трения, на наш взгляд, является модель, предложенная М. И. Пашечко и Ю. И. Ковальчиком [8, 9], в которой не используются вспомогательные коэффициенты, выявленные эмпирическим путем, что, однако, приводит к значительным математическим трудностям. В частности, использование понятия временной зависимости относительного коэффициента теплообмена [8] позволяет расширить круг рассматриваемых задач и одновременно создает трудности вычислительного характера.

Поскольку для расчета температурного режима важнейшим является распределение тепла в основном по нормали к поверхности трения, рассмотрим одномерную задачу теплопроводности модели торцевого трения стержня о плоскую поверхность. Запишем обобщенное уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + F(x,t) \quad (1)$$

где T - температура, t - время, $a^2 = \frac{\lambda}{c\rho}$ - коэффициент температуропроводности, λ - коэффициент теплопроводности, c - удельная теплоемкость, ρ - плотность, x - расстояние от конца стержня, по которому осуществляется трение.

В дальнейшем используются функции теплообмена $F(x,t)$ и $p(x,t)$, которые запишем в виде [8,9]:

$$\begin{aligned} F(x,t) &= -p(x,t) \cdot T(x,t) + f(x,t)/c\rho \\ p(x,t) &= h(x,t)/c\rho \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь функция $f(x,t)$ моделирует плотность источников тепла и учитывает влияние механических параметров процесса трения (нагрузка, скорость) и по данным [9] имеет вид:

$$f(x,t) = f(t) = pv\mu(t)$$

где p - нагрузка, v - скорость трения скольжения, $\mu(t)$ - коэффициент трения, переменный во времени; $h(x,t)$ - относительный коэффициент теплообмена, переменный во времени и по расстоянию от трущегося конца стержня.

Сформулируем краевые условия:

$$T(x,0) = \varphi(x), T(0,t) = \psi(t) \quad (0 \leq x, t < \infty)$$

и введем вспомогательные функции $G(x,t)$ и $\bar{\varphi}(x)$:

$$G(x,t) = -r(x,t)\psi(t) + f(x,t)/c\rho - \psi'(t), \bar{\varphi}(x) = \varphi(x) - \psi(0)$$

После некоторых математических преобразований можно записать общее решение системы (1)-(2) через сумму интегралов Винера [9]:

$$\begin{aligned} T(x,t) = & \int_C^1 e^{2t \int_0^1 p[2a\sqrt{t}y(\tau) + xt(1-\tau)]d\tau} \bar{\varphi}[2a\sqrt{t}y(1) + x]W(dy) + \\ & + \int_C^1 d\sigma \int_C^1 e^{2(t-\sigma) \int_0^1 p[2a\sqrt{t-\sigma}y(\tau) + x(t-\sigma)(1-\tau)]d\tau} g[2a\sqrt{t-\sigma}y(1) + x\sigma]W(dy) + \psi(t) \end{aligned} \quad (3)$$

где $W(dy)$ - обозначение интеграла Винера.

С целью сравнения результатов вычислений и экспериментальных испытаний проведен модельный эксперимент. По торцу цилиндра из стали 45 с эвтектическим

покрытием ЭП-1 осуществлялось трение при нагрузке $P=0,4$ МПа, скорости скольжения $V = 1,5$ м/с. С помощью термопар вставленных на глубине 0,8, 1,8 и 3,4 мм образца получено зависимость температуры от времени (рис.1). Выявлено также изменение коэффициента трения во времени (рис.2).

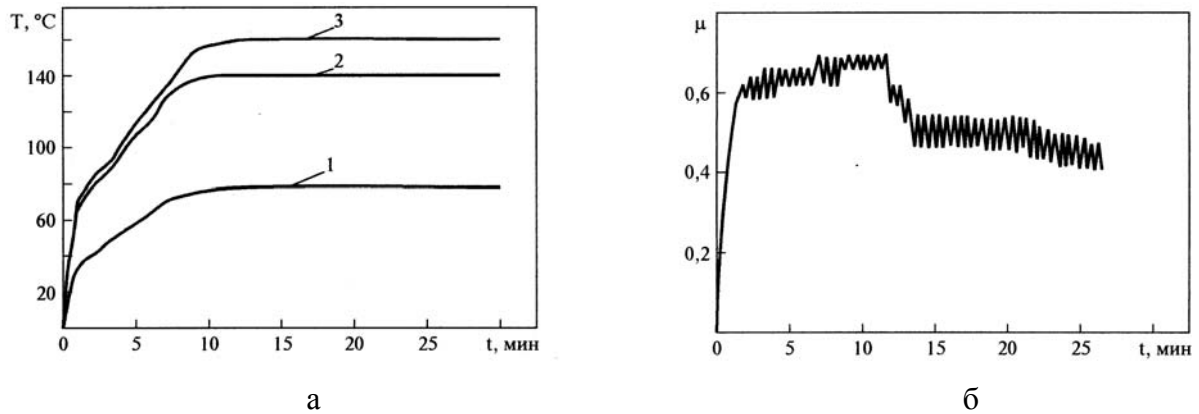


Рис.1. Экспериментальная зависимость температуры (а) и коэффициента трения (б) от времени при $P = 0,4$ МПа, $V = 1,5$ м/с на расстоянии от торца стержня $x = 3,4$ (1); 1,8 (2); 0,8 (3) мм

Для указанного режима трения проведем соответствующие модельные вычисления и запишем вид краевых условий для нашего случая в виде:

$$T(x,0) = \varphi(x) = C, T(0,t) = \psi(t) = C (0 \leq x, t < \infty)$$

где C - комнатная температура (18°C); тогда функция $T(x,t)$ будет иметь вид:

$$T(x,t) = \int_0^1 d\sigma \int_C e^{-\frac{2(t-\sigma)}{\alpha} p[2a\sqrt{t-\sigma}y(\tau) + x(t-\sigma)(1-\tau)] d\tau} g[2a\sqrt{t-\sigma}y(1) + x\sigma] W(dy) + C$$

Проведем расчеты температурного поля для функции теплообмена и источников тепла смоделированных при различных подходах. При задании зависимости только от глубины для относительного коэффициента теплообмена мы получаем, что при начальном нарастании температур процесс теплоотдачи осуществляется как при стабилизированном режиме трения. При этом его значения завышены. Поэтому для учета временной и пространственной зависимостей коэффициента теплообмена, представим его как произведение двух функций:

$$p(x,t) = \beta(x)\tau(t)$$

Для определения вида $\beta(x)$ воспользуемся данными эксперимента. Как видно из рис.1, при стабилизации температуры получим следующие значения: на расстоянии $x = 0,8$ мм $T = 160^{\circ}\text{C}$; при $x = 1,8$ мм $T = 140^{\circ}\text{C}$; при $x = 3,4$ мм $T = 75^{\circ}\text{C}$. Вычислим в этих точках локальный коэффициент теплообмена:

$$\alpha = \lambda(-\Theta'_0) \sqrt{g(T_0 - T_\infty) / 4v^2 T_\infty x}$$

где Θ'_w, ν - характеристики среды [10] ($\Theta'_w = 0,508$, $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$), $g = 9,8 \text{ м/с}^2$; x - расстояния от торца цилиндра, на которых измеряются температуры; $T_w, T_\infty = 18 \text{ }^\circ\text{C}$ (температура в бесконечности).

Относительный коэффициент теплообмена $h(x) = \alpha(x)/\lambda$. В это же время $p(x) = h(x)/c\rho$. После вычислений получаем:

$$p(x)|_{x=0,8} = 4.5567 \cdot 10^{-4}$$

$$p(x)|_{x=1,8} = 3.5820 \cdot 10^{-4}$$

$$p(x)|_{x=3,4} = 2.5261 \cdot 10^{-4}$$

Аппроксимируем полученную зависимость экспоненциальной функции. Учитывая сложность дальнейших вычислений решения задачи используем для описания $p(x)$ простую линейную зависимость:

$$p(x) = kx + b$$

которая проходит через точку $p(x)|_{x=0,8} = 4,5567 \cdot 10^{-4}$ и точку в которой аппроксимирующая кривая пересекает ось абсцисс, то есть $x \approx 0,0284 \text{ м}$. При

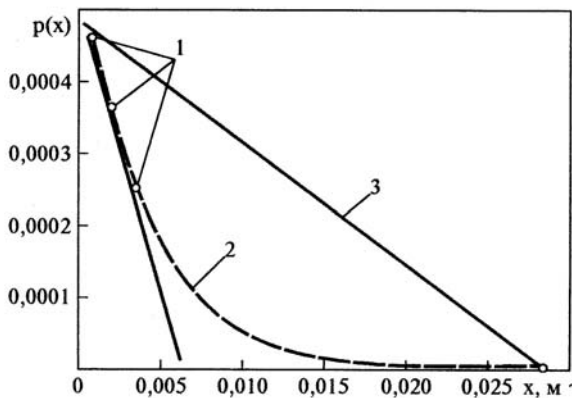


Рис.2. Зависимость коэффициента теплообмена от глубины образца:

- 1 - экспериментальные данные,
- 2 - аппроксимирующая кривая,
- 3 - аппроксимирующая прямая

нахождении координат этой точки мы осуществляем аппроксимацию данных эксперимента по распределению температур по глубине. При использовании такого упрощенного подхода существует однако и преимущество: значение функции $p(x)$ на поверхности, которое при экспоненциальной зависимости было бы завышено, но в данном случае имеет более близкое к реальному значение (рис.2).

Для определения коэффициентов k и b , используя формулу для прямой, которая проходит через две точки, получаем:

$$k = -0.016; b = 4.63 \cdot 10^{-4}.$$

Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что температура при трении возрастает по закону корня квадратного от времени, а потом стабилизируется. Поэтому зависимость смоделируем следующим образом:

$$\tau(t) = d\sqrt{t}$$

Время стабилизации трения для данного случая составляет приблизительно 10 мин. (рис.1), тогда $d = 0,045$. Таким образом, общий вид функции теплообмена приводится к виду:

$$p(x) = (kx + b)d\sqrt{t} = (k_1x + b_1)\sqrt{t}$$

где $k_1 = -7,2 \cdot 10^{-4}$, $b_1 = 2,0835 \cdot 10^{-5}$.

Как указано выше, для функции теплообразования используем зависимость $f(x, t) = pv\mu(t)$. Такой способ ее моделирования незначительно искажает распределение температур по глубине. Однако, в данной работе в первую очередь рассчитываются температуры на контакте пар трения. Кроме этого, упростив для облегчения дальнейших вычислений вид функции теплообмена, мы уже внесли некоторую ошибку при нахождении температурного градиента по глубине образца, зато минимизировали ее на поверхности. Для моделирования коэффициента трения предлагаем два варианта (рис.3):

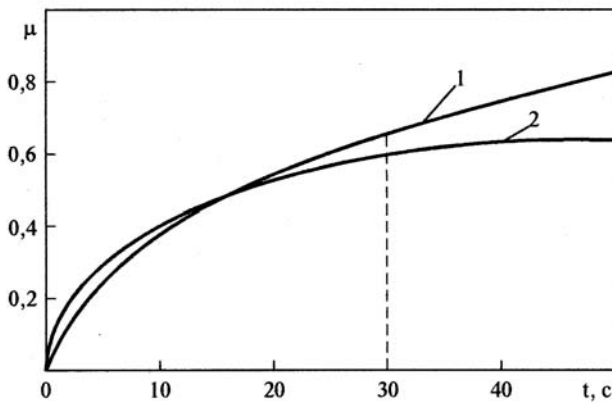


Рис.3. Способы моделирование временной зависимости коэффициента трения:

- 1 - функцией вида $\mu = A\sqrt{t}$;
- 2 - функцией вида $\mu = A(1 - e^{-mt})$

Вариант 1:

$$\mu(t) = A_1\sqrt{t}, A_1 = const.$$

Из экспериментальных данных следует (рис.2), что коэффициент трения быстро возрастает и после момента стабилизации трения при $t = 30$ с, достигнув максимального значения (в данном случае 0,67), остается постоянным. Отсюда при $A_1 = 0,122$ функция теплообмена имеет вид $f(x, t) = pvA_1\sqrt{t} = B\sqrt{t}$, где $B = 73200$. После деления на $c\rho$ (для стальной матрицы $c = 456$ Дж/кг·К, $\rho = 7850$ кг/м³) получаем:

$$f(x, t) = \frac{B\sqrt{t}}{c\rho} = B_1\sqrt{t} = 0,005\sqrt{t}.$$

Тогда функцию $g(x, t) = -Cp(x) + f(x, t)$ запишем как:

$$g(x, t) = -C(k_1x + b_1)\sqrt{t} + B_1\sqrt{t}.$$

Подставив функции $f(x, t)$, $p(x, t)$ и $g(x, t)$ в (3), получим:

$$T(x, t) = \int_0^1 d\sigma \int_0^{2(t-\sigma)} [k_1(2a\sqrt{t-\sigma}y(\tau)+x)+b_1]\sqrt{(t-\sigma)(1-\tau)}d\tau \int_C e^{[-C(k_1(2a\sqrt{t-\sigma}y(1)+x)+b_1)\sqrt{\sigma} + B_1\sqrt{\sigma}]}W(dy) + C$$

Вычислив континуальные интегралы, получаем решение:

$$T(x, t) = \int_0^1 \left\{ e^{\frac{4}{3}(k_1x+b_1)(t-\sigma)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{4}{9}a^2k_1^2(t-\sigma)^4}} [B_1\sqrt{\sigma} + C\sqrt{\sigma}(-\frac{16}{15}a^2k_1^2(t-\sigma)^{\frac{5}{2}} - (k_1x + b_1))] \right\} d\sigma + C. \quad (4)$$

Вариант 2:

Принимаем $\mu(t) = A_2(1 - e^{-mt})$; где $A_2, m - const$

Определим значения коэффициента для $\mu(t)$, основываясь на предварительно принятом времени стабилизации трения $t = 30c$. Тогда $A_2 \approx 0,67$, $m = 0,079$. Здесь функция теплообмена имеет вид:

$$f(x, t) = pvA_2(1 - e^{-mt}) = B_2(1 - e^{-mt}),$$

где $B_2 = 4 \cdot 10^5$, $B_3 = B_2 = 0,117$.

Функция $g(x, t)$ имеет вид:

$$g(x, t) = -C(k_1x + b_1)\sqrt{t} + B_3(1 - e^{-mt}).$$

Подставим полученные функции в общую формулу для решения (3):

$$T(x, t) = \int_0^t d\sigma \int_C e^{2(t-\sigma) \int_0^1 [k_1(2a\sqrt{t-\sigma}(\tau)+x)+b_1]\sqrt{(t-\sigma)(1-\tau)}d\tau} [-C(k_1(2a\sqrt{t-\sigma}y(1)+x) + b_1)\sqrt{\sigma} + B_3(1 - e^{-m\sigma})]W(dy) + C.$$

Аналогично к предварительному сведем интеграл Винера к обычному виду:

$$T(x, t) = \int_0^t \left\{ e^{\frac{4}{3}(k_1x+b_1)(t-\sigma)^2} e^{\frac{4}{9}a^2k_1^2(t-\sigma)^4} [B_3(1 - e^{-m\sigma}) + C\sqrt{\sigma}(-\frac{16}{15}a^2k_1^2(t - \sigma)^2 - (k_1x + b_1))] \right\} d\sigma + C. \quad (5)$$

Результаты моделирования температурных режимов по зависимостям (4) и (5) показали высокую сходимость с экспериментальными данными, приведенными на рис.1, что позволят использовать их при интерпретации реальных процессов, происходящих при трении без смазки.

Список литературы

1. Крагельский И.В. Трение и износ. - М.: Машиностроение, 1968. - 479 с.
2. Трение, изнашивание и смазка. Справочник / Под ред. И.В.Крагельского, В.В.Алишина. - М.: Машиностроение. - 1978. - 400 с.
3. Костецкий Б. И. Фундаментальные закономерности трения и износа. -Киев: Знание, 1981.-30с.
4. Крагельский И. В., Добычин М. Н., Комболов В. С. Основы расчетов на трение и износ. -М.: Машиностроение, 1977. -526с.
5. Чичинадзе А. В. Расчет и исследование внешнего трения при торможении. -М.: Наука, 1967.- 232с.
6. Решение задач тепловой динамики и моделирования трения и износа. / Под ред. А.В.Чичинадзе. -М.: Наука, 1980.- 151с.
7. Задачи нестационарного трения в машинах, приборах и аппаратах / Под ред. А.В.Чичинадзе. - М.: Наука, 1987. -248с.
8. Ковальчик Ю. І. Задача теплопровідності для стержня з покриттям при терті // ФХММ. - 1992.- №6.- с.41-45.
9. Пашечко М. И., Ковальчик Ю. И. Температурная модель трения для стержня с покрытием // Трение и износ. - 1995.- т16.- №4.- с.679-688.
10. Евдокимов Ю. А., Колесников В. И., Подрезов С. А., Сухобоченков В. Н. Исследование температурного поля узла трения с тонкослойным полимерным покрытием // Трение и износ.- 1983.- т4, №6. -С.1059-1065.