

**КРИТЕРИАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ФИЗИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТОПЛИВНЫХ БАКАХ  
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

---

*Течії рідкого палива у баках космічного апарата суттєво впливають на розподіл силової дії на конструкцію в цілому, тому всебічне їх дослідження за допомогою коректно побудованих критеріїв подібності дозволяє ефективно впливати на спонтанні силові дії з боку рідкого палива. Пропонується побудова спеціальних критеріїв подібності для моделювання у лабораторних умовах осесиметричних течій рідини у паливному баці космічного апарата.*

*The fuel flows in spacecraft tanks affects on its stability. So, its investigation with correct similarity criteria provides the effective means and methods to control these flows. The special similarity criteria for laboratory simulations of axisymmetric fuel flows in spherical tanks are proposed.*

---

**Введение**

При полете космического аппарата (КА) на околоземной орбите используются активный и пассивный режимы его движения. При активном режиме полета включается двигательная установка (ДУ) и выполняются необходимые маневры для коррекции траектории, ориентационных разворотов. При этом на жидкое топливо, находящееся в баках КА, действуют внешние силы, обуславливающие его движение относительно стенок бака. После снятия внешних воздействий наблюдается инерционное воздействие жидкости на стенки и внутри-баковые устройства топливного бака, передающееся затем всей конструкции КА. Такое воздействие проявляется в основном при пассивном режиме полета и отключенной ДУ. Как известно, масса топлива на борту может составлять до 80 % массы всего объекта и поэтому ее влияние на его конструкцию довольно существенно. Коррекция траектории и режима полета требует дополнительных затрат топлива для двигателей системы ориентации и стабилизации КА, запасы которого в полете строго ограничены.

Поэтому теоретическое и экспериментальное исследование разного рода движений жидкости в ограниченных объемах представляются весьма актуальными. Подобным исследованиям посвящены многочисленные работы исследователей [1, 3, 5], которые позволили установить некоторые особенности поведения жидкого топлива в условиях активного (при перегрузках или маневрах) и пассивного режимов полета КА на околоземной орбите.

Численное и физическое моделирование внутри-баковых гидродинамических процессов в наземных условиях подразумевает использование как известных критериев подобия, например, чисел Рейнольдса, Эйлера, Фруда, Струхалья, так и специально разработанных с помощью теории размерностей, которые учитывают специфику тех или иных изучаемых явлений.

### Постановка задачи исследований

Разработка указанных критериев подобия предусматривает применение известной  $\pi$ -теоремы [2]. Выходным параметром принята приведенная сила трения жидкости о стенки сферического бака  $F_{тр}$ . Произведение этой силы на радиус бака, обозначенный буквой  $R_0$ , представляется величиной кругового момента вязкого трения  $M_{кр}$ ,

$$M_{кр} = F_{тр} R_0,$$

которая применяется для расчета коэффициентов гидравлического сопротивления  $C_m$ , например, в цилиндрических и сферических зазорах [5].

Рассмотрим задачу об инерционном осесимметричном движении вязкой несжимаемой жидкости, целиком заполняющей сферическую емкость после внезапной остановки вращения оболочки. Именно такой процесс, называемый также «спин-даун» (от английского spin-down, замедление вращения), представляется ключевым при исследовании инерционных воздействий со стороны жидкости на стенки бака КА. Течение жидкости изотермическое, конвективные течения не рассматриваются, оболочка жесткая, упругие деформации исключены.

Анализ известных результатов [3, 5] и данных экспериментальных исследований, проведенных на кафедре прикладной гидроаэромеханики и механотроники Национального Технического университета Украины «Киевский политехнический институт», установлена зависимость выходного параметра  $F_{тр}$  от таких независимых факторов:

$$F_{тр} = f(R_0, \rho, \nu, p, u, \Omega_0, t) \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность жидкого топлива;  $\nu$  – вязкость топлива;  $p$  – давление на стенки бака или градиенты давления в инерционном течении;  $u$  – окружная компонента вектора скорости течения;  $\Omega_0$  – начальная угловая скорость вращения бака;  $t$  – время переходного процесса.

Согласно требованиям  $\pi$ -теоремы выразим следующие результирующие равенства

$$\pi_1 = \left( \frac{F_{тр}}{\rho u^2 R^2} \right)^a; \quad \pi_2 = \left( \frac{\nu}{R_0 u} \right)^d; \quad \pi_3 = \left( \frac{p}{\rho u^2} \right)^e; \quad \pi_4 = \left( \frac{\Omega_0 R_0}{u} \right)^f; \quad \pi_5 = \left( \frac{ut}{R_0} \right)^g, \quad (2)$$

которые составят основную группу критериальных зависимостей для моделирования внутри-баковых течений.

### Физический смысл критериальных оценок и специальные критерии подобия

Анализируя полученные критерии подобия с точки зрения физического смысла, отметим следующее. Например, критерий  $\pi_1$  представляет собой число Ньютона для течения жидкости, где силы вязкого трения о стенки бака уравниваются инерционными характеристиками потока

$$Ne = \frac{F_{тр}}{\rho u^2 R_0^2} \quad (3)$$

Как отмечалось в работе [6], критерий  $\pi_2$  является числом Рейнольдса в степени минус один или числом Экмана  $E$ .

$$Re = \frac{uR_0}{\nu} = \frac{1}{E} \quad (4)$$

В нестационарном осесимметричном вращающемся течении можно представить начальное центробежное число Рейнольдса, при котором начинается исследуемый переходный процесс

$$Re_0 = \frac{\Omega_0 R_0^2}{\nu} \quad (5)$$

и которое выражает связанные с вращением силы – центробежные силы инерции и силы Кориолиса.

Одним из определяющих в оценке физических особенностей рассматриваемого гидродинамического процесса представляется такой критерий подобия, который учитывает градиент давления при осесимметричном движении несжимаемой жидкости. Геометрия вращающегося течения подразумевает возникновение, развитие во времени и существенное влияние на распределение окружных скоростей жидкости вторичных вихревых или циркуляционных течений, которые сильно зависят от давлений в характерных точках потока. Такой безразмерный комплекс принято называть числом Эйлера

$$Eu = \frac{p}{\rho u^2} . \quad (6)$$

Поскольку в подобном течении важное место занимают центробежные силы и градиенты давления, равенство (6) можно преобразовать в центробежную модификацию числа Эйлера

$$Eu_{цб} = \frac{p}{\rho \Omega^2 R^2} , \quad (7)$$

при этом значения угловой скорости и расстояния до оси вращения могут являться как начальными ( $\Omega_0, R_0$ ), так и текущими ( $\Omega_i, R_i$ ).

Динамические параметры воздействия жидкого топлива на стенки бака или на внутри-баковые демпфирующие перегородки, построенные на основе чисел Эйлера, позволяют представить картину силового влияния на конструкцию *КА* в целом и рационально построить систему компенсационных мероприятий, введя эти данные в бортовой вычислительный комплекс *КА*.

Мгновенные значения окружной компоненты вектора скорости инерционного течения жидкости, отнесенные к начальным значениям угловой скорости  $\Omega_0$  и радиуса сферы  $R_0$ , составляют центробежное число Россби

$$Ro = \frac{u_i}{\Omega_0 R_0} . \quad (8)$$

и представляют собой важную кинематическую характеристику инерционного течения, которая является основой построения динамической картины воздействий со стороны жидкости.

Достаточно подробный анализ и модификации критерия Струхаля, характеризующие нестационарный характер затухания скорости, его инерционные и вязкостные свойства, приведены в работе [6].

Анализ свойств и физического смысла приведенных критериев подобия (3)...(8) позволяет составить общую картину течения в ограниченном объеме и представить такой критериальный безразмерный комплекс, который может учитывать все характеристические параметры рассматриваемого течения в виде

$$Ne = f(Re_0, Eu, Ro, Sh_{вяз}). \quad (9)$$

Представим равенства (2) в следующем виде

$$\left( \frac{F_{mp}}{\rho u^2 R_o^2} \right) = \left( \frac{u R_o}{\nu} \right)^x \left( \frac{p}{\rho u^2} \right)^y \left( \frac{u}{\Omega_0 R_o} \right)^z \left( \frac{ut}{R_o} \right)^q \quad (10)$$

или

$$Ne = Re_0^x Eu^y Ro^z Sh^q \quad (11)$$

Показатели степеней можно получить из экспериментальных данных, отличающиеся лишь одним выбранным параметром [6, 7]

$$\frac{F_1}{F_2} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^d \quad \text{или} \quad d = \frac{\lg F_1 - \lg F_2}{\lg v_1 - \lg v_2} \quad (12)$$

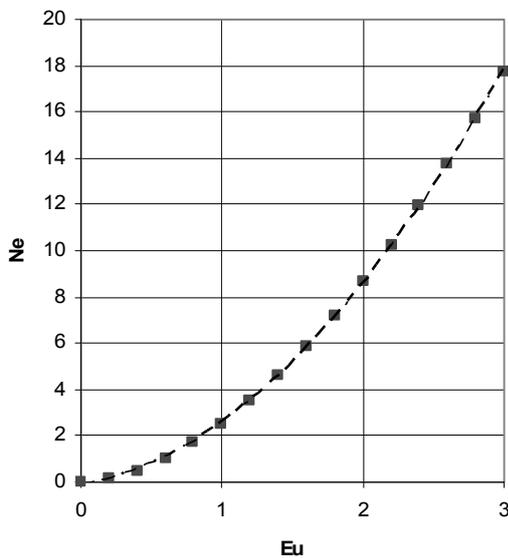


Рис. 1. Зависимость числа Ньютона от критерия Эйлера

и по известным схемам преобразования можно установить значения  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и  $q$ .

Опуская стандартные и очевидные манипуляции, получим расчетные уравнения, где численные значения сил трения жидкости о стенки емкости  $F_i$  можно взять из интегрального выражения [4]

$$F_{mp} = \rho \nu u_i R_o^2 / (R_o - R_i) \quad (13)$$

где  $u_i$  - мгновенное значение окружной составляющей вектора скорости в исследуемой точке;  $(R_o - R_i)$  - приведенная толщина пристеночного заторможенного течения. Согласно экспериментальным данным получаем коэффициент  $d = 0,269$ .

Аналогично составляем зависимости для показателей степени  $f$ ,  $g$  и  $q$ :

$$f = 1,510 \quad g = -0,361 \quad q = 1,372$$

В результате интегральных преобразований можно получить расчетный безразмерный комплекс для определения силовых воздействий на стенки сферического бака со стороны вязкой жидкости, движущейся под действием инерционных сил

$$Ne = F_{mp} / \rho \nu u_i R_0 = Re_0^{0,269} \cdot Eu^{1,372} \cdot Ro^{-1,510} \cdot Sh^{-0,361} \quad (14)$$

который с известной степенью достоверности позволяет промоделировать и количественно оценить основные динамические характеристики течения.

При анализе картины распределения компонент вектора скорости инерционного течения так называемой целевой функцией представляется безразмерная скорость течения, выражаемая центробежным числом Россби, поэтому критериальный комплекс (14) можно интерпретировать как

$$Ro = u / \Omega_0 R_0 = Re_0^{-1,241} \cdot Eu^{-0,138} \cdot Sh^{-1,871} \cdot Ne^{-0,51} \quad (15)$$

Выражения (14) и (15) позволяют сделать результаты исследований более универсальными и сориентировать их как на кинематические, так и на динамические характеристики инерционных течений жидкого топлива в баках КА.

#### Графическая интерпретация критериальных зависимостей

Указанные критериальные построения позволяют составить группу графических зависимостей числа Ньютона  $Ne$  от каждого из безразмерных критериев. Определенный интерес представляет зависимость числа Ньютона от начального числа Рейнольдса  $Re_0$ , по которой можно наблюдать выраженный логарифмический характер кривой [6]

$$Ne = 4,8579 \ln Re_0 + 1,9576 \quad (16)$$

Зависимость силового воздействия на стенки бака от числа Эйлера предполагает точное знание законов распределения давления по всему пространству осесимметричного течения в сфере. Однако, поскольку такие сведения для рассматриваемого нами случая отсутствуют, а измерение давлений в контрольных точках течения представляется достаточно сложным, можно допустить к рассмотрению

зависимости, косвенно указывающие на физический смысл и характер изменения давления в потоке [4].

Так, например, давление в центре кругового вихря определяется из выражения

$$p = \frac{\rho \Gamma^2 R_i^2}{2 R_0^4} \quad (17)$$

где  $\Gamma$  – циркуляция,  $\Gamma = u R_i$ ;  $R_i$  – расстояние рассматриваемой точки от оси вращения,  $R_0$  – радиус сферического бака.

Принимая во внимание особенности распределения давления в

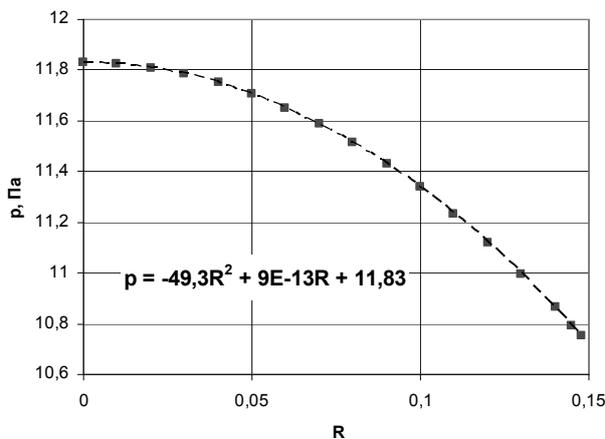


Рис.2. Зависимость давления в модельном баке от расстояния до оси его вращения

экваториальной области сферы, а именно: градиент давления направлен от стенок сосуда к оси вращения, можно представить такую зависимость

$$Ne = 2,534 \cdot Eu^{1,77}$$

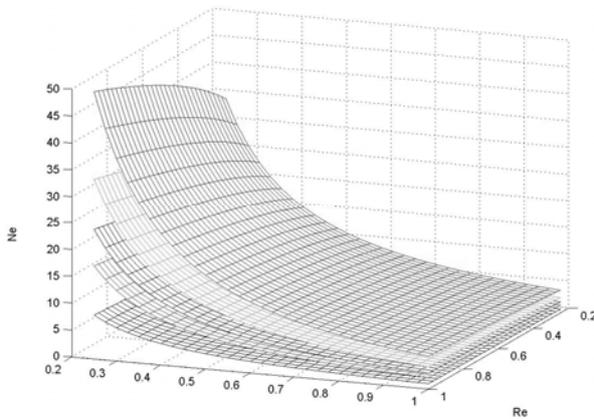


Рис.3. Критериальная поверхность зависимости числа Ньютона от чисел Рейнольдса

Оценка физического смысла критерия Россби (8) для рассматриваемой нами задачи позволяет установить, что его максимальное значение может составлять единицу  $Ro_{max}=1$  только в начальный момент времени процесса затухания окружной скорости на стенке бака

$$u_{max} = \Omega_0 R_0$$

и изменяется в пределах от единицы до нуля в конце процесса затухания скорости.

Степенной характер функции числа

Ньютона от приведенного числа Россби выражается таким соотношением

$$Ne = 98,875 Ro^{-1,945}$$

Физический смысл этого равенства состоит в том, что при полном затухании окружной скорости течения  $u \rightarrow 0$ , согласно формуле (8) число Россби становится бесконечно малым, а число Ньютона стремится к бесконечности. Это не противоречит физическому смыслу рассматриваемого процесса, так как порядок сил вязкого трения намного превышает величины инерционных сил, зависящих от скорости.

Временная зависимость числа Ньютона также носит степенной характер и демонстрирует ее экспоненциальное уменьшение во времени процесса затухания скорости, когда приведенная сила вязкого трения слоев жидкости ослабевает

$$Ne = 50,473 Sh_v^{-0,4835}$$

Из пределов целесообразности выпадает единственная точка, когда  $t = 0$ , то есть, в начале процесса затухания, и число Струхала стремится к нулю, а  $Ne \rightarrow \infty$ . Такую тенденцию можно пояснить тем,

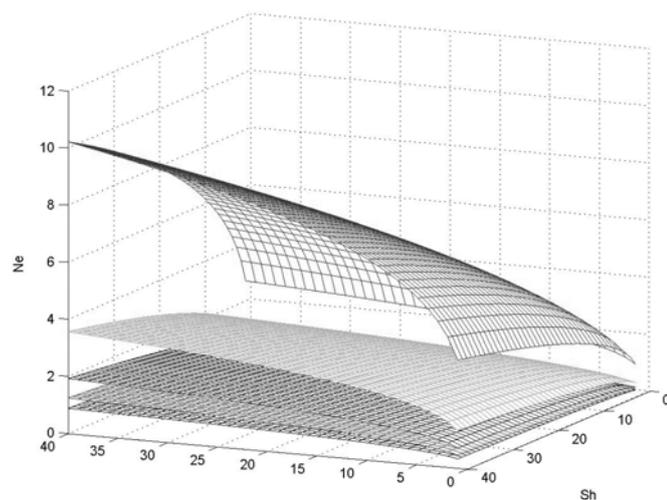


Рис. 4. Критериальная поверхность для определения числа Ньютона в зависимости от чисел Рейнольдса и Струхала

что жидкость и оболочка еще вращаются как сплошное твердое тело, относительно движение, а, следовательно, вязкое трение между соседними жидкими слоями отсутствует.

### Выводы

Критериальные оценки с помощью графических зависимостей свидетельствуют о достаточной корректности предложенных безразмерных комплексов и их пригодности для моделирования внутри-баковых гидродинамических процессов в топливных баках космического аппарата. Пределы изменения параметров свидетельствуют о широких диапазонах моделирования нестационарных процессов и возможности построения трехмерной картины замкнутого течения, позволяющей более точно построить компенсационные мероприятия при полете КА.

Использование критерия Эйлера позволяет ввести принципиально новую характеристику инерционного течения топлива в баке, позволяющую более корректно определить динамическую структуру течений в меридиональных плоскостях бака. Они, в свою очередь, существенно влияют на особенности распределения окружной компоненты скорости и позволяют скорректировать влияние жидкости на конструкцию КА в целом.

Представленные в статье комплексные критерии подобия позволяют распространить полученные экспериментальные результаты на другие космические комплексы и объекты (с другими геометрическими и динамическими характеристиками) и создать комплексную базу данных по силовым воздействиям и круговым моментам для системы ориентации и стабилизации космического аппарата.

### Список литературы

1. Беляев Н.М. Расчет пневмогидравлических систем ракет.- М.: Машиностроение.- 1983.- 219 с.
2. Гухман А.А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепло-массообмена.- М.: Высшая школа.- 1974.- 328 с.
3. Гринспен Х. Теория вращающихся жидкостей. - М: Гидрометеиздат.- 1975.- 304 с.
4. Милн-Томпсон Л.М. Теоретическая гидродинамика.- М.: Мир.- 1964.- 655 с.
5. Беляев Ю.Н., Яворская И.М. Течения вязкой жидкости во вращающихся сферических слоях и их устойчивость // Итоги науки и техники, ВИНТИ, Мех. жидк. и газа.- М.- 1983. – 80 с.
6. В.А.Ковалев, О.М.Яхно Разработка критериев подобия при исследовании инерционных течений жидкого топлива на борту космического аппарата // Вісник Східноукр. Нац. Ун-ту, 2007, вип.. 3 (109), ч.1, с. 129-135.
7. Ковальов В.А. Особливості нестационарного розподілу швидкості в'язкої нестисненої рідини при обертанні сферичної ємності // Наукові Вісті Нац. Техн. Ун-ту України «КПІ».- 2001.- Вип.6.- с.166-169.