

Г.В.Архангельский¹, д-р.техн.наук, проф., А.И. Дубинец², д-р.техн.наук, проф. 1-Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса; Украина; 2-НТУ Украины "Киевский политехнический институт", г. Киев, Украина

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ РАСЧЕТА ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ НА КОНТАКТНУЮ ПРОЧНОСТЬ

В статті показано, що в зубчастій прямозубій циліндричній передачі найбільш контактні напруження виникають навколо точки переходу від двопарного зацеплення до однопарного. В результаті проведених досліджень отримані вирази, які визначають найбільш контактні напруження. Знайдено відношення між напруженнями в полюсі зацеплення та в точці переходу від двопарного до однопарного. Отримані співвідношення між значенням міжосьових відстань на основі напружень у вказаних точках.

In the article it is shown that the highest contact pressure in straight-toothed cylinder transmission occurs near the point of transfer from two pair to one pair catch. As a result of scientific research were found formulas describing the highest contact pressures. It is found correlation between pressures in the pole of catch and in the point of transfer from two pair to one pair catch. Based on values of contact pressures it was found formula for calculating distance between centres of gear wheels.

Существующие методы расчета зубчатых передач на контактную прочность основаны на рассмотрении условия прочности, когда точка зацепления расположена в полюсе зацепления [1-6].

В зоне однопарного зацепления наибольшие контактные напряжения будут возникать там, где приведенный радиус кривизны ρ_n будет принимать наименьшее значение.

В работе [7] показано, что наименьшее значение приведенный радиус кривизны принимает в точке H – рис. 1, в которой происходит переход от двухпарного зацепления к однопарному и этот переход сопровождается скачкообразным приложением нагрузки.

Проведенные исследования [7] позволили получить формулы, как для проверочного, так и проектного расчета, рассматривая условие прочности в точке H . Однако, полученные в работе [7] выражения не позволяют произвести сравнение с существующими зависимостями и оценить величину повышения напряжений в точке H по сравнению с напряжениями в полюсе W зацепления – рис. 1. Поэтому представляется целесообразным произвести дальнейшие исследования по изучению прочности зубчатых передач в окрестности точки перехода от двухпарного зацепления к однопарному. Определим радиус кривизны ρ_{1H} профиля зуба шестерни в точке H , для которого можно записать

$$\rho_{1H} = N_{1g} - p_g, \quad (1)$$

где p_g - шаг зубьев по основной окружности.

Отрезок N_{1g} линии зацепления представим так

$$N_{1\epsilon} = \frac{d_{1a}}{2} \sin \alpha_{1a}, \quad (2)$$

где d_{1a} - диаметр вершин зубьев шестерни, а угол α_{1a} обозначен на рис.1 и его можно определить из соотношения

$$\cos \alpha_{1a} = \frac{d_{1\epsilon}}{d_{1a}} = \frac{\cos \alpha_w}{1 + \frac{2}{Z_1}}, \quad (3)$$

где $d_{1\epsilon}$ - диаметр основной окружности шестерни;

Z_1 - число зубьев шестерни;

α_w - угол зацепления эвольвентных колес.

Имея $\cos \alpha_{1a}$ нетрудно определить $\sin \alpha_{1a}$

$$\sin \alpha_{1a} = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_{1a}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{Z_1}} \sqrt{\sin^2 \alpha_w + \frac{4}{Z_1} \left(1 + \frac{1}{Z_1}\right)}. \quad (4)$$

В выражении (4)

$$\frac{1}{Z_1} \ll 1$$

и поэтому слагаемым $1/Z_1$ в выражении (4) как малой величиной можно для практических расчетов пренебречь и тогда выражение (4) примет вид

$$\sin \alpha_{1a} = \frac{1}{1 + \frac{2}{Z_1}} \sqrt{\sin^2 \alpha_w + \frac{4}{Z_1}} \quad (5)$$

Учитывая, что $\rho_\epsilon = \rho_w \cos \alpha_w$, $\rho_w = \pi m$,

где m – модуль зацепления, и учитывая выражения (2), (5) на основе соотношения (1) после преобразований получаем

$$\rho_{1H} = \rho_{1w} \left(\sqrt{1 + \frac{4}{Z_1 \sin^2 \alpha_w}} - \frac{2\pi}{Z_1 \operatorname{tg} \alpha_w} \right), \quad (6)$$

где ρ_{1w} - радиус кривизны профиля зуба шестерни в полюсе w зацепления.

Приведенный радиус кривизны ρ_{mw} в полюсе зацепления представится известным выражением

$$\rho_{mw} = \frac{U}{1+U} \rho_{1w}, \quad (7)$$

где $U = \frac{Z_2}{Z_1}$ - передаточное отношение зубчатой передачи;

Z_2 - число зубьев колес.

Если обозначить: ρ_{2w}, ρ_{2H} - радиусы кривизны профиля зуба колеса в точках w и H , то на основе рис.1 можно записать

$$\rho_{1w} + \rho_{2w} = \rho_{1H} + \rho_{2H} \cdot \quad (8)$$

Из соотношения (8) имеем

$$\rho_{2H} - \rho_{2w} = \rho_{1w} - \rho_{1H} \quad (9)$$

Так как $\rho_{1w} > \rho_{1H}$, то величина $\Delta\rho$ равная

$$\Delta\rho = \rho_{1w} - \rho_{1H} \cdot \quad (10)$$

будет положительной.

Используя выражение (6) получаем

$$\Delta\rho = \rho_{1w} \left(1 + \frac{2\pi}{Z_1 \operatorname{tg} \alpha_w} - \sqrt{1 + \frac{4}{Z_1 \sin^2 \alpha_w}} \right) \quad (11)$$

Из выражения (9) следует

$$\rho_{2H} - \rho_{2w} = \Delta\rho \quad (12)$$

Используя соотношения (10) и (12) можно приведенный радиус кривизны ρ_{nH} в точке H представить в виде

$$\rho_{nH} = \frac{\rho_{1H} \rho_{2H}}{\rho_{1w} (1+U)} = \frac{U \rho_{1w}}{(1+U)} - \Delta\rho \frac{\rho_{2w} - \rho_{1w} + \Delta\rho}{\rho_{1w} (1+U)}, \quad (13)$$

Так как $\Delta\rho > 0$; $\rho_{2w} - \rho_{1w} > 0$, а

$$\frac{U \rho_{1w}}{1+U} = \rho_{nw},$$

то из выражения (13) видно, что

$$\rho_{nH} < \rho_{nw}.$$

Если обозначить в выражении (11)

$$X = 1 + \frac{2\pi}{Z_1 \operatorname{tg} \alpha_w} - \sqrt{1 + \frac{4}{Z_1 \sin^2 \alpha_w}}, \quad (14)$$

то

$$\Delta\rho = \rho_{1w} X \quad (15)$$

и тогда учитывая выражение (7) после преобразований получаем

$$\rho_{nH} = \rho_{nw} - \rho_{1w} \frac{(U-1)X + X^2}{(1+U)}. \quad (16)$$

Обозначая

$$X(U-1) + X^2 = Z_0,$$

выражение (16) приводится к виду

$$\rho_{nH} = \rho_{1w} \frac{U - Z_0}{1+U} \quad (17)$$

Так как $\rho_{nH} < \rho_{nw}$, то контактные напряжения на поверхности зубьев в точке Н будут больше, чем в полюсе w зацепления.

Используя выражение (17) для приведенного радиуса кривизны получим формулы, позволяющие производить как проверочный, так и проектный расчет зубчатой прямозубой передачи внешнего зацепления.

Если подставить в формулу Герца [8] значение приведенного радиуса кривизны ρ_{nH} , определяемого выражением (17), то после преобразований получим

$$\sigma_H = Z_M Z_H \sqrt{\frac{F_t K_H}{\epsilon_2 d_{1w}} \frac{U+1}{U-Z_0}}, \quad (18)$$

где F_t – окружное усилие;

K_H – коэффициент расчетной нагрузки;

ϵ_2 – ширина колеса;

d_{1w} – диаметр начальной окружности шестерни.

$$Z_M = \sqrt{\frac{E}{\pi(1-\nu^2)}}; Z_H = \sqrt{\frac{2}{\sin 2\alpha_w}};$$

E - модуль нормальной упругости;

ν - коэффициент Пуассона.

Здесь принято:

$$E_1 = E_2 = E; \nu_1 = \nu_2 = \nu.$$

Полученное выражение (18) определяющее действительные контактные напряжения в точке H , можно свести к известному выражению, определяющему контактные напряжения в полюсе зацепления w

$$\sigma_{Hw} = Z_M Z_H \sqrt{\frac{F_t K_H}{\epsilon_2 d_{1w}} \frac{U+1}{U}}. \quad (19)$$

Если под корнем в выражении (18) умножить и разделить на U , то получим

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_n \sqrt{\frac{F_t K_H}{\epsilon_2 d_{1w}} \frac{U+1}{U}}. \quad (20)$$

где $Z_n = \sqrt{\frac{U}{U-Z_0}}$; $Z_n > 1$.

Назовем Z_n - коэффициентом числа зубьев шестерни, так как $Z_0 = Z_0(Z_1)$.

Из сравнения выражений (19) и (20) можно записать, что

$$\sigma_H = \sigma_{Hw} Z_n \quad (21)$$

Так как $Z_n > 1$, то $\sigma_H > \sigma_{Hw}$.

Нетрудно получить формулу для проектного расчета.

Из выражения (20) после преобразований получаем формулу, определяющую межосевое расстояние a_{1w} передачи

$$a_w = K_a(U+1)Z_a^3 \sqrt{\frac{M_2 K_{H\beta}}{\Psi_{\delta a} U^2 [\sigma_H]^2}}, \quad (22)$$

где $Z_a = \sqrt[3]{\frac{U}{U-Z_0}}$; $Z_a > 1$;

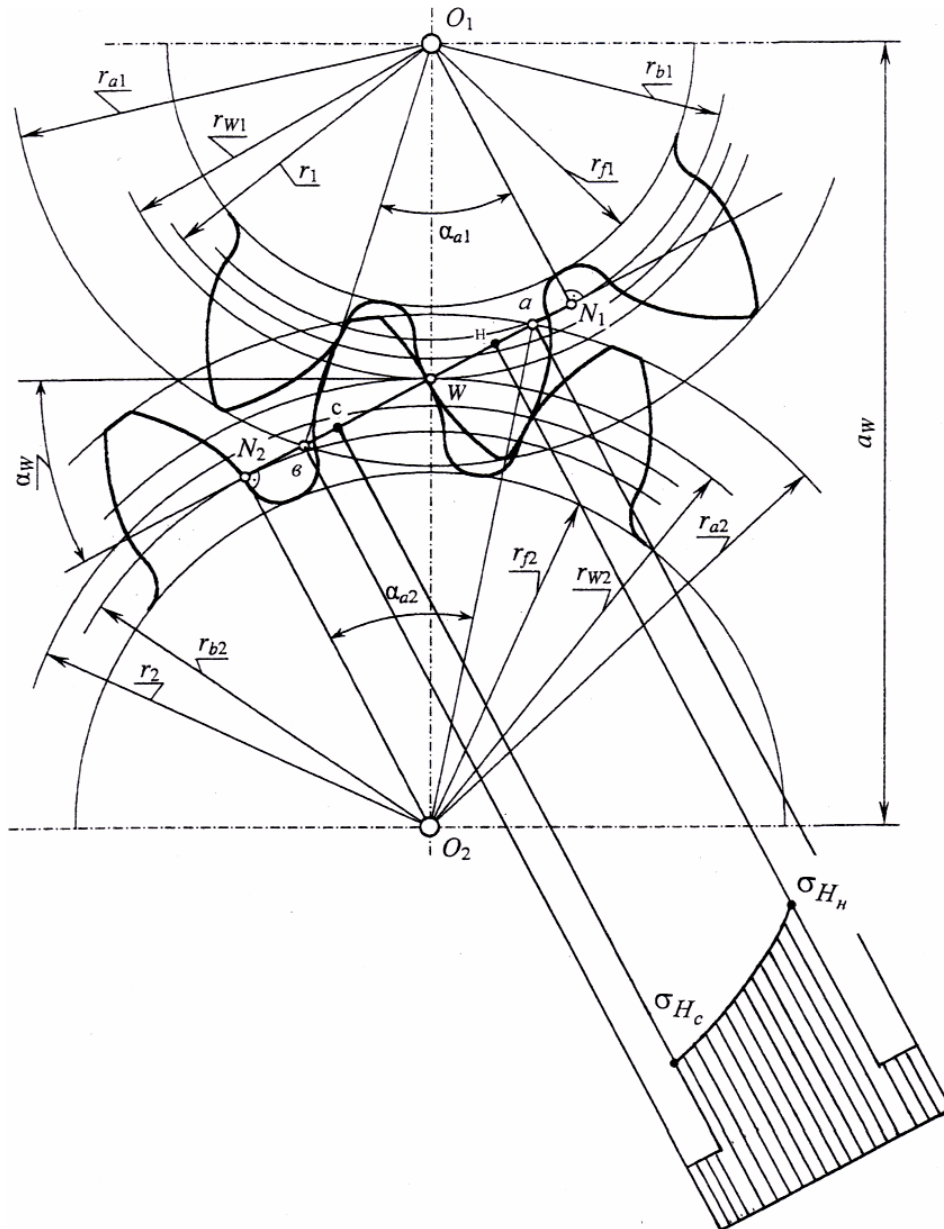


Рис. 1. Схема зацепления.

$\Psi_{\delta a}$ - коэффициент ширины колеса относительно межосевого расстояния;
 $[\sigma_H]$ - допускаемые контактные напряжения при расчете на усталость.

Здесь для стальных колес при $\alpha_w = 20^0$ имеем

$$K_a = \sqrt[3]{0,5Z_m^2 Z_H^2} = 47,75.$$

При $Z_0 = 0$ или $Z_a = 1$ получим известное выражение, определяющее a_w в случае нахождения зубьев в полюсе зацепления.

В зоне однопарного зацепления коэффициент $Z_\epsilon = 1$.

Как видно из выражения для Z_n величина этого коэффициента зависит от передаточного отношения U . Проведенные расчеты показали, что при $U > 4$, значения σ_H превосходят σ_{Hw} на 10% и более.

В заключении следует отметить. Так как зуб передачи представляет собой упругий элемент и переход от двухпарного зацепления к однопарному сопровождается скачкообразным изменением нагрузки, при котором возникают свободные колебания, дополнительно нагружающие контакт зубьев, то с целью дальнейшего совершенствования методики расчета зубчатых передач указанное явление следует исследовать.

Список использованной литературы

1. Добровольский В.А. Детали машин. Гос. изд. техн. лит. УССР. Киев 1954. – 599 с.
2. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Расчет на прочность. ГОСТ 21354-75. М.: 1976. - 61 с.
3. Детали машин / Л.А.Андриенко, Б.А.Байков, И.К. Ганулич и др. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э Баумана, 2002. – 544 с.
4. Иванов М.Н. Детали машин. М.: Высшая школа, 1976.- 399 с.
5. Решетов Д.А. детали машин. М.: Машиностроение, 1989. – 496 с.
6. Заблонский К.И. Детали машин. К.: Вища школа, 1985. – 518 с.
7. Фарков Г.С., Скрачковский Г.Г. Расчет зубьев передач на контактную прочность// Вестник машиностроения. - №12, 2003. – с. 19-21.
8. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1979. – .560 с.