поверхности оболочки; ρ – плотность материала конструкции; $[M]$– матрица масс конечного элемента.

Матрица жесткости оболочечной системы определяется зависимостью:

$$[K] = \iiint_V [B]^T [D][B]dV \tag{4}$$

На основе зависимость (1) с учетом (2–4) получим частотное уравнение для определения собственных частот и форм свободных колебаний:

$$\left([K]-\omega^2[M]\right)\{a\} = 0 \tag{5}$$

Численные исследования выполнены для стальных подкрепленных цилиндрических оболочек с равномерно распределенными ребрами жесткости.

Исследовано влияние различных граничных условий и конструктивных особенностей на основные динамические характеристики. Выполнено сопоставление полученных численных результатов с решениями, полученными с использованием пакета ANSYS.

Из анализа полученных результатов следует, что для подкрепленных оболочек имеет место существенное повышение основной частоты колебаний. Минимальным собственным частотам усиленных шпангоутами оболочек, также как и для неподкрепленных, соответствуют преимущественно изгибные формы колебаний с одной полуволной в продольном направлении и с максимальной амплитудой перемещений в направлении нормали к срединной поверхности.

Установлено, что амплитудно-частотные характеристики оболочек зависят в основном от жесткости и дискретного размещения подкрепляющих ребер. Выявлены новые зависимости, закономерности и физико-механические эффекты, обусловленные конструктивными неоднородностями оболочечной системы, имеющие важное практическое значение и позволяющие разработать мероприятия по улучшению ее амплитудно-частотных характеристик.

Полученные результаты и методика расчета на основе МКЭ могут быть использованы при проектировании подкрепленных ребрами оболочечных конструкций при динамическом нагружении.

Список літератури:

1. *Амиро И.Я. Учет* дискретного размещения ребер при изучении напряженно-деформированного состояния, колебаний и устойчивости ребристых оболочек / И.Я. Амиро, В.А. Заруцкий // Прикл. механика. – 1998. – Т.34, № 4. – С.3–22.

2. *Заруцкий В.А. О комплексных* экспериментальных исследованиях устойчивости и колебаний конструктивно-неоднородных оболочек // Прикл. механика. – 2001. – Т.37, № 8. – С.38-67.

3. *Зенкевич О. К.* Метод конечных элементов в технике / О.К. Зенкевич. – М.: Мир, 1978. – 519 с.

УДК 539.3

Каиров А.С., д.т.н., проф., **Власов О.И.**
НУК им. адмирала Макарова, г. Николаев, Украина

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ПРИСОЕДИНЕННЫМИ ТВЕРДЫМИ ТЕЛАМИ

Проблема улучшения виброакустических характеристик и снижения весогабаритных показателей является особенно актуальной для оболочечных конструкций, применяемых в судовом машиностроении и подверженных интенсивным динамическим нагрузкам. Наличие ребер жесткости, присоединенных твердых тел и их дискретное размещение создает локальную инерционную неоднородность оболочечной системы и оказывает существенное влияние на ее основные динамические характеристики. Данной проблеме посвящены работы ряда зарубежных и отечественных авторов, в которых используются различные подходы для исследования частотных характеристик оболочек. Обзор исследований, посвященных данной проблеме, приведен в работах [1-3].

В работе исследуются свободные колебания тонкостенных оболочек вращения с присоединенными твердыми телами, создающими локальную инерционную неоднородность, с учетом дискретного размещения подкрепляющих ребер в продольном и поперечном направлениях.

Математическая модель динамического поведения подкрепленных конструктивно неоднородных оболочек с присоединенными твердыми телами построена на основе линейной теории тонких упругих оболочек и стержней, в рамках гипотез Кирхгофа-Лява и Кирхгофа-Клебша.

Предложен общий подход для решения данного класса задач, идея которого заключается в приведении исходной многомерной задачи с использованием вариационного принципа Остроградского-Гамильтона к системе обыкновенных дифференциальных уравнений колебаний и последующим их решением методом Ритца. Разработан эффективный численный алгоритм и программное обеспечение.

Согласно принципа Остроградского-Гамильтона решение сводится к вариационному уравнению $\delta(Э)=0$, где функционал Лагранжа $Э = К - П$ для неоднородной оболочечной системы состоит из суммы составляющих функций обшивки $Э^{(0)}$, стрингеров $Э^{(1)}$, шпангоутов $Э^{(2)}$ и присоединенных твердых тел $Э^{(3)}$; $К, П$ – потенциальная и кинетическая энергии дискретно подкрепленной оболочки с присоединенными телами.

Составляющие обобщенной функции Лагранжа запишутся в виде:

$$Э^{(0)} = \frac{1}{2}\iint\limits_S \left(\omega^2 \rho h \sum_{k=1}^{3} u_k^2 - \frac{E h}{1-\nu^2} \sum_{p=1}^{6}\sum_{q=1}^{6} a_{pq} e_p e_q \right) A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2 ;$$

$$Э^{(1)} = \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{I}\int_{\alpha'}^{\alpha''} \left[\omega^2 \rho_{1i} \left(F_{1i} \sum_{k=1}^{3} u_{ki}^2 + I_{\text{кр}1i}\, \theta_{\text{кр}1i}^2 \right) - \sum_{p=1}^{6}\sum_{q=1}^{6} a_{pqi} e_{pi} e_{qi} \right] A_1 d\alpha_1 ; \qquad (1)$$

$$Э^{(2)} = \frac{1}{2}\sum_{j=0}^{J}\int_{0}^{2\pi} \left[\omega^2 \rho_{2j} \left(F_{2j} \sum_{k=1}^{3} u_{kj}^2 + I_{\text{кр}2j}\, \theta_{\text{кр}2j}^2 \right) - \sum_{p=1}^{6}\sum_{q=1}^{6} a_{pqj} e_{pj} e_{qj} \right] A_2 d\alpha_2 ;$$

$$Э^{(3)} = \frac{\omega^2}{2}\sum_{\upsilon=0}^{Q} \left\{ M_\upsilon \sum_{k=1}^{3} \left[u_{k\upsilon}(\Omega_\upsilon) \right]^2 \right\} .$$

В соотношениях (1) приняты следующие обозначения: ω – круговая частота собственных колебаний; S, h – площадь поверхности и толщина оболочки; A_1, A_2, R_1, R_2 – коэффициенты Ляме и главные радиусы кривизны срединной поверхности; $F_{1i}, I_{1i}, I_{\text{кр}1i}, \theta_{\text{кр}1i}$ – площади поперечных сечений стрингеров, их моменты инерции относительно окружной координаты, моменты инерции при кручении, угол закручивания; $F_{2j}, I_{2j}, I_{\text{кр}2j}, \theta_{\text{кр}2j}$ – аналогичные характеристики шпангоутов; a_{pq} – коэффициенты жесткости оболочки и подкрепляющих ребер; E, G_{12}, ν, ρ – механические характеристики и плотность материала оболочки; E_{1i}, G_{1i}, ρ_{1i} – механические характеристики и плотность материала стрингеров; E_{2j}, G_{2j}, ρ_{2j} – аналогичные физико-механические характеристики шпангоутов; $e_{p\,i}, e_{p\,j}, e_p, u_{k\,i}$, u_{kj}, u_k – компоненты деформаций и перемещений подкрепляющих ребер и оболочки ($p = \overline{1,6}$; $k = \overline{1,3}$); α', α'' – координаты торцов оболочки; M_υ – массы присоединенных тел.

Применив процедуру Ритца, из условия стационарности функционала Лагранжа получим разрешающую систему однородных линейных алгебраических уравнений:

$$\left(A - \lambda^2 B\right)C = 0, \qquad \lambda^2 = \omega^2 \rho \left(1 - \nu^2\right)/E,$$

где A и B – матрицы дифференциальных операторов однородных уравнений; C – матрица векторов собственных форм; λ – вектор собственных чисел частотного параметра.

Эффективность и возможности разработанной методики демонстрируются результатами расчетов. Численные исследования выполнены для стальных цилиндрических оболочек. Учитываются различные варианты граничных условий и конструктивные особенности.

Получены новые численные результаты, характеризующие влияние геометрических характеристик, присоединенных твердых тел, подкрепляющих ребер и граничных условий на собственные частоты и формы колебаний. Выявлены новые зависимости, закономерности и физико-механические эффекты, обусловленные конструктивными неоднородностями оболочечной системы, имеющие важное практическое значение.

Разработаны мероприятия по улучшению основных амплитудно-частотных характеристик оболочечной системы.

Список літератури:

1. *Амиро И.Я. Учет* дискретного размещения ребер при изучении напряженно-деформированного состояния, колебаний и устойчивости ребристых оболочек / И.Я. Амиро, В.А. Заруцкий // Прикл. механика. – 1998. – Т.34, № 4. – С.3–22.

2. *Заруцкий В.А. О комплексных* экспериментальных исследованиях устойчивости и колебаний конструктивно-неоднородных оболочек // Прикл. механика. – 2001. – Т.37, № 8. – С.38-67.

3. *Колебания* ребристых оболочек вращения / И.Я. Амиро, В.А. Заруцкий, В.Н. Ревуцкий и др. – К.: Наук. думка, 1988. – 172 с.

УДК 539.3:620.172.251.1

Воробьев Е.В., д.т.н., Анпилогова Т.В., к.т.н.
Институт проблем прочности им. Г.С. Писаренко НАН Украины, Украина

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССА НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ СКАЧКООБРАЗНОЙ ДЕФОРМАЦИИ КОНСТРУКЦИОННЫХ СПЛАВОВ

Результаты получены для аустенитной стали 03Х20Н16АГ6 и алюминиевого сплава АМг5. Численное исследование выполнено на основе экспериментальных данных и нелинейной локальной одномерной многопараметрической модели низкотемпературной скачкообразной деформации [1, 2].

Исследована энергетика процесса скачка деформации и показано, что подавляющая часть потенциальной упругой энергии преобразуется в работу деформирования, а доля кинетической энергии мала.